Notas de Geometria Analítica por Luiz Armando

Ângulos	Radianos	Seno	Cosseno	Tangente
0°	0	0	1	0
30°	$\pi/6$	$1/2$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$
45°	$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
60°	$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	$1/2$	$\sqrt{3}$
90°	$\pi/2$	1	0	Indefinido
120°	$2\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	$-1/2$	$-\sqrt{3}$
135°	$3\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	-1
150°	$5\pi/6$	$1/2$	$-\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{3}/3$
180°	π	0	-1	0
210°	$7\pi/6$	$-1/2$	$-\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$
225°	$5\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	1
240°	$4\pi/3$	$-\sqrt{3}/2$	$-1/2$	$\sqrt{3}$
270°	$3\pi/2$	-1	0	Indefinido
300°	$5\pi/3$	$-\sqrt{3}/2$	$1/2$	$-\sqrt{3}$
315°	$7\pi/4$	$-\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	-1
330°	$11\pi/6$	$-1/2$	$\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{3}/3$
360°	2π	0	1	0

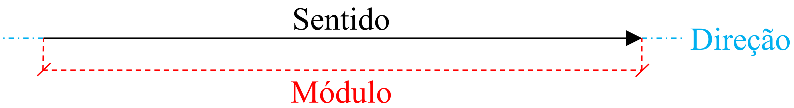
Área de um polígono: $A = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_A & x_B & x_C & x_n & x_A \\ y_A & y_B & y_C & y_n & y_A \end{vmatrix}$

Matriz: $\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$ ou $\begin{vmatrix} x_A & x_B & x_C \\ y_A & y_B & y_C \\ z_A & z_B & z_C \end{vmatrix} \begin{matrix} x_A & x_B \\ y_A & y_B \\ z_A & z_B \end{matrix} \neq 0$

Baricentro de um triângulo: $M\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3}; \frac{y_A+y_B+y_C}{3}\right)$

Ponto Médio: $M\left(\frac{x_A+x_B}{2}; \frac{y_A+y_B}{2}\right)$

Vetor (representante de um conjunto de segmentos orientados que possuem mesmo comprimento, direção e sentido): $\vec{v}$



Módulo: distância/comprimento de um vetor.
Sentido: orientação para onde a ponta da seta do vetor aponta.
Direção: é a linha (horizontal, vertical, diagonal) sobre a qual o vetor se encontra.
Vetor diretor/gerador: $\overrightarrow{AB} = B - A = (x_B - x_A;\ y_B - y_A; z_B - z_A) = d\vec{v}$

Vetor normal: $\overrightarrow{AB} = A \times B = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_A & y_A & z_A \\ x_B & y_B & z_B \end{vmatrix} \begin{matrix} i & j \\ x_A & y_A \\ x_B & y_B \end{matrix} = i \pm j \pm k = n\vec{v}$

Obter um vetor a partir do ângulo e comprimento do vetor: $\overrightarrow{v_x} = cos\,\theta \cdot \|\vec{v}\| \wedge \overrightarrow{v_y} = sin\,\theta \cdot \|\vec{v}\|$

Norma/módulo: $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ e $\|v\|^2 = \langle v \cdot v \rangle$

Soma de vetores: $\vec{A} + \vec{B} = (x_A + x_B; y_A + y_B; z_A + z_B) = \vec{C}$

Subtração de vetores: $\vec{A} - \vec{B} = (x_A - x_B; x_A - y_B; z_A - z_B) = \vec{C}$
Módulo da soma de vetores: $\|\vec{u} \pm \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 \pm 2 \cdot \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos\theta$
$\|\vec{x}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 + \|\vec{\omega}\|^2 + 2 \cdot \cos\theta \cdot (\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| + \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{\omega}\| + \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{\omega}\|)$
Produto escalar: $\langle \vec{u} \cdot \vec{v} \rangle = (x_A \cdot x_B + y_A \cdot y_B + z_A \cdot z_B)$
Produto escalar (produto interno): $cos\,\theta = \frac{\langle \vec{u} \cdot \vec{v} \rangle}{\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|} \Leftrightarrow \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot cos\,\theta = \langle \vec{u} \cdot \vec{v} \rangle$
Produto interno com vetores nulos e perpendiculares: $\langle \vec{u} \cdot \vec{v} \rangle = 0 \Leftrightarrow cos\,\theta = \frac{0}{\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|} = 0$
Produto vetorial: $\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot sin\,\theta$
Produto vetorial derivado do produto escalar: $\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \|\vec{u}\|^2 \cdot \|\vec{v}\|^2 - \langle \vec{u} \cdot \vec{v} \rangle^2$
Vetores múltiplos ($\vec{u} = \lambda \cdot \vec{v}$): $\langle \vec{u} \cdot \vec{v} \rangle = \langle \lambda \cdot \vec{v} \cdot \vec{v} \rangle = \|\lambda \cdot \vec{v}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot cos\,\theta = \lambda \cdot \|\vec{v}\|^2 \cdot cos\,\theta$
Vetor unitário: $\|\vec{u}\| = 1$
Versor de um vetor: $\vec{v} = \frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|}$
Propriedades: $\langle \vec{u} \cdot \vec{v} \rangle = \langle \vec{u} \cdot \vec{v} \rangle$; $\langle \vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \vec{\omega} \rangle = \langle \vec{u} \cdot \vec{\omega} \rangle + \langle \vec{v} \cdot \vec{\omega} \rangle$; $\langle \alpha \cdot \vec{u} \cdot \vec{v} \rangle = \alpha \cdot \langle \vec{u} \cdot \vec{v} \rangle$; $\langle \vec{u} \cdot \vec{u} \rangle = \|\vec{u}\|^2$
Desigualdade triangular (vetor nulo: resultado trivial): $\|\vec{u}\| + \|\vec{v}\| \geq \|\vec{u} + \vec{v}\|$ (caso os vetores possuam a mesma direção e sentido: $\|\vec{u}\| + \|\vec{v}\| = \|\vec{u} + \vec{v}\|$), (caso sejam perpendiculares ou opostos: $\|\vec{u}\| + \|\vec{v}\| < \|\vec{u} + \vec{v}\|$)
Desigualdade de Cauchy-Schwarz (vetor nulo: resultado trivial): $|\vec{u} \cdot \vec{v}| \leq \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \Rightarrow \left|\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|}\right| \leq 1$
Projeção Ortogonal: $Proj_{\vec{v}}\vec{u} = \frac{\langle \vec{u} \cdot \vec{v} \rangle}{\|\vec{v}\|^2} \cdot \vec{v}$
Equação vetorial: $r = A + t\vec{v}$
Equação paramétrica: $\begin{cases} x = x_A + tx_{\vec{v}} \\ y = y_A + ty_{\vec{v}} \\ z = z_A + tz_{\vec{v}} \end{cases}$
Equação simétrica: $\frac{x - x_A}{x_{\vec{v}}} = \frac{y - y_A}{y_{\vec{v}}} = \frac{z - z_A}{z_{\vec{v}}}$
Equação cartesiana (no plano): $x_{\vec{v}}x + y_{\vec{v}}x + z = 0$
Retas paralelas coincidentes com um ponto em comum: $d\vec{v} = Kd\vec{u}$
Retas paralelas coincidentes sem um ponto em comum: $d\vec{v} = Kd\vec{u}$
Retas concorrentes oblíquas: $d\vec{v} \neq Kd\vec{u}$ e $\vec{v} \cdot \vec{u} \neq 0$
Retas concorrentes perpendiculares: $d\vec{v} \neq Kd\vec{u}$ e $\vec{v} \cdot \vec{u} = 0$
Retas inversas (no espaço): $d\vec{v} \neq Kd\vec{u}$ e não há um ponto em comum.
Equação vetorial do plano: $(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(A, B, C) + s(A_0, B_0, C_0)$
Equação paramétrica do plano: $\begin{cases} x = x_A + tx_{\vec{v}} + A_0 s \\ y = y_A + ty_{\vec{v}} + B_0 s \\ z = z_A + tz_{\vec{v}} + C_0 s \end{cases}$
Equação geral do plano: $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$
Planos paralelos coincidentes: $n\vec{v} = Kn\vec{u}$ e há um ponto em comum.
Planos paralelos coincidentes: $n\vec{v} = Kn\vec{u}$ e não há um ponto em comum.
Planos concorrentes oblíquos: $n\vec{v} \neq Kn\vec{u}$ e $\vec{v} \cdot \vec{u} \neq 0$
Planos concorrentes perpendiculares: $n\vec{v} \neq Kn\vec{u}$ e $\vec{v} \cdot \vec{u} = 0$
Distância: $D = \frac{f(x)}{\|\vec{n}\|}$ ($f(x)$ é a função do plano)